

Ø

3

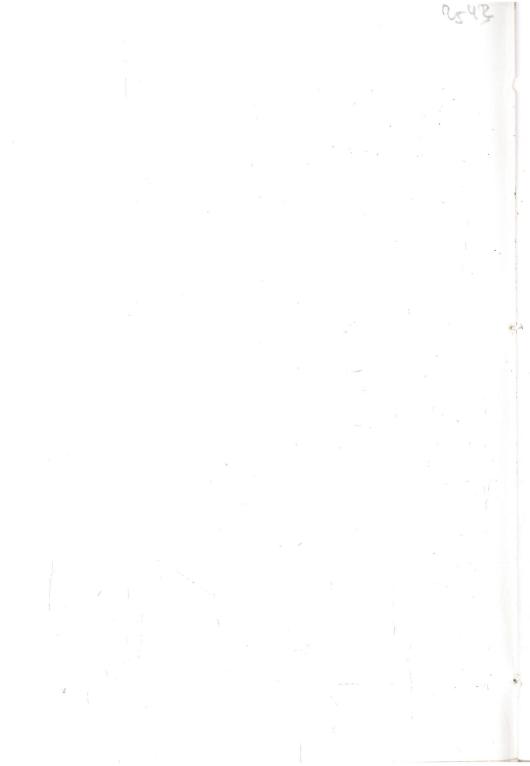
# МЁРТВАЯ ЗОНА

# пособие по тактике тенниса



"Я научника ходить; с тех пор я позволяю себе бегать. Я научился летать; с тех пор я не желаю, чтоби меня сперва толжнули, чтоби мне двинуться с места. Теперь я лёток, теперь я летаю, теперь я вику себя под собою, теперь божество танцует во мне." Ф. Видше

Москва 2000



00-x

# И. Листратов

# МЕРТВАЯ ЗОНА

Пособие по тактике тенниса Свободное падение **Часть 2** 



Москва 2000



Глава 1. Сила собственной тяжести	
Камнеметание	3
Колея	4
Под углом к горизонту Глава 2. Безвозлушная парабола	5
The best of the second second second	
Острая атака	6
Три точки	
Построение	8
Глава 3. Страх лобового сопротивления	
Воздушный тормоз земли	9
По законам Исаака	10
Сравнение	11
Аппроксимация	13
Глава 4. Точность теннисных королей	
Длина и время	14
Быстро и медленно	16
Окна	18
Глава 5. Третий не лишний	
Мой веселый и звонкий	20
Пара сухого трения	21
Хочешь жить – умей вертеться	22
Глава 6. Быстрота	
Не догоню, но хоть согреюсь	24
Бег по ломаной	26
Короли диктуют моду	27
Глава 7. Сложенье скоростей не терпит суеты	
Живые фигуры	29
Позиция противника	30
Вместо заключения - продолжение сна	
Истоки снов	32

Все права на данное издание принадлежит ЗАО "Европа Плюс". Запрещается полное или частичное воспроизведение настоящего издания в любой форме без предварительного разрешения И.А. Листратова.

Автор – Игорь Алексеевич Листратов Консультант по графике – Виктор Алексеевич Макаров Тираж – 2000 экз. Вертска и печать ОАО "РМНТК "Нефтеотдача" ISBN 5-93753-005-5, лицензия ИД № 00285 Формат 60 х 84 1/16, объем 2 п.л. Бумага офсетная № 1, 65 гр/м², заказ № 124 ОАО "РМНТК "Нефтеотдача" 125422, Москва , Дмитровский пр., 10 тел. (095) 976-87-37

2010029366

#### ГЛАВА 1.

# СИЛА СОБСТВЕННОЙ ТЯЖЕСТИ

#### Камнеметание

Ушедших снов воспоминания: "В первые годы после Великой Октябрьской социалистической революции тепнисные площадки во многих спортивных клубах только восстанавливались, а на Девичьем поле корты сохранились и стали центром московской тепнисной жизни. Здесь проводились чемпионаты Москвы, а в 1922 г. была организована матчевая встреча Москва-Ленинград. Игры с лепинградцами явились боевым крещением Лели Александровой, за которым последовали многочисленные длительные успехи. В конце августа в Москве торжественно открылся Всероссийский праздник физкультуры, и Александрова предложила Тепляковой вместе играть пару. Участники праздника прошли по Красной площади, и Нина Сергеевна Теплякова помнит, как шахматисты несли плакат: "В Октябре мы объявили шах капитализму, еще усилие – и мат".

Многие рыцари теннисных баталий до сих пор убеждены, что основанные на сухих законах расчеты омрачают романтику любимой игры. Словно древние воины, заменявшие довольно долго и успешно теоретические выкладки точным камнеметанием из-за угла на небольшие расстояния "на глазок", они, играя в теннис, не подозревают о действии законов механики. "Да и зачем забивать себе голову формулами?" - полагают романтики. Но мне кажется, что их ждет трудная доля камнеметателей с резко подорванным здоровьем, т. к. развитие артиллерии существенно увеличило дальность, интенсивность и эффективность обстрела. Как тут не вспомнить мысли А. Коше о теннисе: "Мяч летит по воздуху, как снаряд. Его движение подчинено законам баллистики, особой баллистики, мало исследованной за отсутствием научных способов. Мяч испытывает на себе действия: силы собственной тяжести, сопротивления воздуха и особого давления воздушных потоков на его шероховатую поверхность. Я думаю, что исследования в аэродинамической трубе разъяснили бы нам многое". Наука о движении снаряда, вылетевшего из ствола орудия, получила название внешней баллистики, а у ее истоков стоял сам Галилео Галилей. Его элементарная модель движения тел опиралась на следующие предположения:

- 1) Земля инерциальная система отсчета;
- 2) ускорение свободного падения постоянно;
- 3) кривизной Земли можно пренебречь, считая её плоской;

4) влиянием воздуха на движение можно пренебречь.

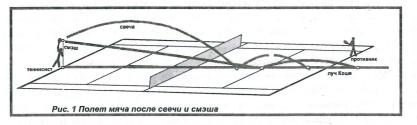
Остановимся на этой модели подробней. Попытка сразу оговорить абсолютно все, используя накопившиеся за последние столетия теоретические выкладки, увела бы нас далеко от цели, но к "сопротивлению воздуха и особому давлению воздушных потоков" мы вернемся в главе 3. Пока же в определенном смысле уравняем "булыжник-оружие пролетариата" с теннисным мячом-"игрушкой буржуазии".

3

#### Колея

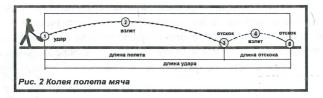
Ушедших снов воспоминания: "Теннисные корты "Девички" были, пожалуй, главным центром массовой теннисной жизни, причем, наверное, наиболее демократическим. Площадки сдавались в аренду за почасовую плату, напрокат можно было взять и мячи, и ракетку, и даже туфли. Играл в теннис на Девичьем поле и Лев Толстой, живший неподалеку в одном из Хамовнических переулков. "Девичка" в какой-то мере была тогда школой и поставщицей кадров теннисистов высокого класса для разных московских теннисных клубов".

Простой посыл мяча над сеткой у теннисистов не вызывает особых трудностей. Они возникают, если надо направить мяч в определенное место корта. Для точного попадания необходимо, прежде всего, знать, что такое траектория и как она образуется. В своей теории углов, изображая движение мяча, А.Коше просто рисовал прямой луч на горизонтальной поверхности по направлению его полета. Такой подход не в полной мере отражает реальную картину. Например, при подаче мяч "свечой" или мощным "смэшем", игровые последствия будут разные. Свеча летит высоко и долго, позволяя отбить мяч



вовремя. Мощный смэш может стать эйсом, не оставляя противнику никаких шансов на успех (**puc.1**). Значит, для точного тактического анализа учитывать движение мяча в вертикальной плоскости необходимо. На противоположную сторону корта путь мяча очень часто, а после отскока всегда, имеет дугообразную форму колеи. Сначала происходит подъем вверх до максимальной высоты, а затем падение вниз. После отскока картина повторяется. Форма и размеры колеи из-за разной силы удара имеют отличия, но на маршруте следования можно увидеть (**puc.2**) пять основных точек. Они несут важную игровую информацию о мяче.

- 1. Точка вылета после удара теннисиста.
- 2. Взлет над кортом на предельную высоту.
- 3. Место отскока на корте.



- 4. Высота отскока (повторный взлет) над кортом.
- 5. Мертвая точка.

Маршрут следования намного больше теннисного мяча. Во время движения вполне уместно считать мяч материальной точкой. Линию, вдоль которой происходит движение точки, называют траекторией. Ее проекция на горизонтальную поверхность корта является прямым лучом. В частности, им А. Коше представлял движение мяча. Но и в этом случае правильнее изображать не весь луч, а отрезки прямой линии, где:

1) длина полета определяет расстояние между точками вылета и отскока мяча;

2) длина отскока определяет расстояние между местом отскока и мертвой точкой;

3) длина удара определяет расстояние между точкой вылета и мертвой точкой.

#### Под углом к горизонту

Ушедших снов воспоминания: "Леля превзошла многолетнюю "премьершу" Девичьего поля Лепорскую и полностью окунулась в жизнь большого тенниса. Мастерство ее день ото дня совершенствовалось. Не раз была Александрова и чемпионкой страны: в 1925 г. в одиночных соревнованиях, в 1927 и 1932 гг. – в парных (с Тепляковой и Мальцевой) и в 1927 г. – в смешанных (с Тихоновым). К сожалению, в период расцвета теннисного таланта ей не пришлось участвовать в международных соревнованиях. А возможно, при несомненной одаренности и трудолюбии, она смогла бы стать теннисисткой международного класса".

Понять, как образуется траектория, можно, решая следующую известную задачу школьной кинематики. Пусть после удара ракеткой теннисный мяч направлен под углом **α** к поверхности корта с начальной скоростью V. Требуется найти траекторию движения мяча без учета сопротивления воздуха. Введем прямоугольную систему координат. Совместим ее с центром горизонтальной проекции, мяча находящегося на определенной высоте **h** над кортом в произвольный момент удара ракеткой, принятый за начало отсчета. Ось **X** 

направим горизонтально в сторону движения мяча, ось Y – вертикально вверх (рис.3). Будем считать, что, находясь в свободном полете мяч, испытывает действие только вертикальной силы собственной тяжести, которая сообщает ему постоянное ускорение g=9,8 м/с<sup>2</sup>. При сделанных предположениях в любой момент времени движение будет происходить вдоль горизонтальной оси X равномерно со скоростью Vx=V·coso, а вдоль



вертикальной оси Y с ускорением g и начальной скоростью Vy=Vo·sinα. Через определенный промежуток времени t характер движения определяется формулами

$$x=Vx\cdot t;$$
 (1)  
=h+Vy\cdot t-0,5·g·t<sup>2</sup>. (2)

 $y = h + vy \cdot t - 0, 5 \cdot g \cdot t$ . (2) Выразим из формулы (1) время t через координату x:

и подставим в формулу (2). Получилось уравнение искомой траектории мяча

 $y = h + x \cdot tg\alpha - x^2 \cdot 0, 5 \cdot g/(Vx)^2 \quad (4)$ 

представляющей собой параболу

 $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ 

с параметрами a=-0,5·g/(Vx)<sup>2</sup>, b=tgo, c=h. Первая точка является началом траектории, в ней мяч вылетает из ракетки. Последняя точка – место падения мяча на Землю. Парабола обращена вогнутостью вверх, когда



**a>0**, и вниз, когда **a<0**. В нашем случае ветви параболы всегда направлены вниз (**puc.4**), т.к. коэффициент при **x**<sup>2</sup> отрицателен. По сути это означает, что чем меньше кривизна **a** линии полета мяча, тем больше "раствор" параболы. Следовательно, и вся траектория стремится к прямой линии.

(3)

(5)

Выводы к главе.

1. Теория углов А. Коше неадекватно отражает суть возникающих игровых ситуаций, т. к. рассматривает лишь горизонтальное движение мяча.

2. Правильное решение тактических задач требует учитывать движение мяча по кривой линии в вертикальной плоскости.

## ГЛАВА 2.

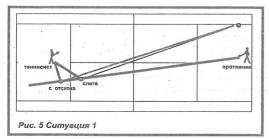
## БЕЗВОЗДУШНАЯ ПАРАБОЛА

#### Острая атака

Ушедших снов воспоминания: " Нина Сергеевна говорит: "Александрова очень точно играла. Она била и справа, и слева, но не "качала", а очень по углам разводила. У нее надо было каждый мяч выиграть – сама не отдаст. Она играла пласировано, длинно, сильно. Я многое переняла у нее. Молодежь, естественно, думает, что мы играли старомодно и плохо. Да, все мы в ту пору играли на задней линии, но очень неплохо играли".

А.Коше отмечал: "Выиграть очко в теннисе можно быстротой мяча, трудностью его для приема, терпением". Атакуя, теннисист обостряет игру. Но всегда ли надо стремиться нанести свой удар, находясь вплотную к сетке? Рассмотрим ситуацию 1. Пусть после удара противника у теннисиста есть возможность с лета или с отскока направить мяч быстро и глубоко к задней линии корта (рис.5). Чем ниже пролетит мяч, тем сильнее будет атака. Значения

6



координат удара, полета над сеткой и отскока приведены в табл. 1. Для выбора лучшего варианта надо сравнить обе траектории полета мяча, образуемые после удара теннисиста.

Табл. 1 Ситуация 1. Координаты траекторий

Точки	C	пета	С отскока			
eres come	Длина	Высота	Длина	Высота		
Удар	0	0,2	0	0,6		
Полет	5	1	7	a adda to		
Отсков	16	0	18	0		

#### Три точки

RA

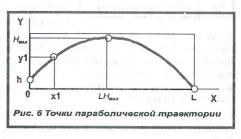
Ушедших снов воспоминания: "Почему с мужчинами тренировалась? Даже не знаю. Сами они меня тренировали. Я не просила. То ли у меня хорошо получалось? Не знаю. А когда я выиграла первенство Москвы, меня взялся тренировать Ульянов. Тогда тренировали удары, скорее, на точность, чем на правильность. Ульянов ставил меня на площадку и рисовал на своей стороне небольшой квадратик. И, пока я не попаду в этот квадратик, мы не бросали тренировку. У меня был страшно набит правый удар. Он не был классически правильным, но я била правым, куда хотела и как хотела: и по линии, и кроссом, и прямо."

Рассмотрим три момента движения мяча, а именно: сразу после удара ракеткой, полет над сеткой и отскок. По координатам этих точек найдем в общем виде значения параметров **a**, **в**, **с** параболы. В принятой ранее прямоугольной

системе координат (рис.6) в начальный момент удара смещение мяча x=0, а высота над кортом y=h. Подставляя эти координаты в уравнение (5), получим c=h. Для следующей точки полета с отличными от нуля координатами  $x_1$ ,  $y_1$  уравнение (5) примет вид

 $y_1 = a \cdot x_1^2 + b \cdot x_1 + h.$  (6)

В конце полета в уравнение (5) смещение x=L, а высота y=0 дают



$$=a\cdot L^2+b\cdot L+h.$$
 (

Решая систему двух линейных уравнений (6)-(7) с двумя неизвестными имеем  $a=(L\cdot(y_1-h)+x_1\cdot h)/(L\cdot x_1^2-x_1\cdot L^2);$  (8)

=
$$(-h \cdot x_1^2 - (y_1 - h) \cdot L_2)/(L \cdot x_1^2 - x_1 \cdot L^2).$$
 (9)

Дифференцируя функцию (5) для нахождения экстремума и, решая уравнение

#### 2·a·x+ b·x =0, имем

#### $x=-0,5\cdot b/a.$ (10)

Подставляя смещение (10) в формулу (5) получим высоту взлета мяча над кортом  $H_{max}$ =h-0,25·b<sup>2</sup>/a. (11)

Возвращаясь к ситуации 1, для установленных координат (табл. 1) рассчитаем по формуле (8) кривизну каждой траектории. Играя с лета а=-0, 0143. С отскока а=-0,0082 будет меньше. Значит, мяч полетит быстрее, если удар нанести не с лета, а с отскока.

#### Построение

Ушедших снов воспоминания: "Был и такой случай, когда всю свою игровую злость Александрова обратила против Тепляковой. Она поссорилась как-то с Ульяновым, и он начал тренировать Теплякову. И когда в ближайшем турнире Александрова вышла против Тепляковой, она ей дышать не дала поначалу – сделала в первом сете 6:0. Но она так выложилась в этих шести геймах, что на дальнейшую борьбу ее не хватило. Впрочем, это было уже в ту пору, когда Теплякова Александровой не проигрывала".

Напомним, что по определению "параболой называется множество точек в плоскости, равноудаленных от данной точки F (называемой фокусом) и от данной прямой Q (называемой директрисой); предполагается, что точка F не лежит на прямой Q". Опустим переход от квадратичной функции (5) к каноническому уравнению  $y^2=2\cdot p\cdot x$ . Связывающим будет соотношение  $2\cdot p\cdot a=1$ . Покажем графический способ построения параболы (рис.7) по данному параметру p.



Проведем через произвольную точку О плоскости, принятую в качестве вершины параболы, вертикальную и горизонтальную прямые. Вверх по вертикали на расстоянии р отложим точку С, через которую проведем горизонталь. Это директриса искомой параболы. Вниз от вершины по вертикали на расстоянии р отложим точку F. Это фокус искомой параболы. Далее построение точек параболы имеет следующий стандартный характер. Возьмем на луче OF произвольную точку R, через которую

проведем горизонталь S. Из фокуса F как из центра опишем окружность радиусом CR. Она пересечет горизонталь S в двух точках: G, G1. Они принадлежат искомой параболе, т. к. FG=CR=KG по построению, а это отвечает данному выше определению параболы. Меняя положение точки R, будем находить новые точки параболической траектории полета мяча.

Выводы к главе.

1. Графиком функции, описывающей траекторию движения мяча без учета сопротивления воздуха, служит парабола.

2. По координатам трех разных точек параболы можно восстановить всю линию движения.

3. В ситуации 1 удар с отскока для продолжения быстрой атаки эффективнее удара с лета.

#### ГЛАВА 3.

#### СТРАХ ЛОБОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

#### Воздушный тормоз Земли

Ушедших снов воспоминания: "Со времен Аристотеля считалось незыблемым, что ускорение, сообщаемое Землей телу, тем больше, чем тяжелее тело. Простые наблюдения как будто подтверждают это. Птичье перо падает гораздо медленнее, чем камень. Итальянский физик Галилео Галилей опытным путем доказал, что в действительности это не так. Для изучения падения тел он, согласно устным преданиям, роняя с башни в г. Пизе одновременно чугупные и каменные шары, убедился, что они достигали основания башни в одно и то же время. Тогда Галилей предположил, что легкое птичье перышко упало бы с башни одновременно с тяжелыми шарами, если бы не было сопротивления воздуха".

Исследование "поведения" теннисного мяча мы начали с построения и анализа простейшей модели параболической траектории. Перечитаем ещё раз предположения (Глава 1), для которых она построена, и вдумаемся в их смысл. Первые три выглядят совершенно оправданными, и нужно определить степень влияния воздуха на движущееся в нем тело. Допустим, что во время полета на мяч действует воздух с некоторой силой аэродинамического сопротивления. В общем её можно разложить на две составляющие: параллельную и перпендикулярную скорости Vм движения мяча. В нашем случае перпендикулярная составляющая равна нулю, т. к. теннисный мяч имеет форму симметричного шара (подъемная сила возникает только при наличии асимметрии тела по отношению к направлению движения). Направленная в сторону, противоположную движению, параллельная составляющая стремится затормозить мяч и при движении тел в воздухе возникает всегда. Она получила название сила лобового сопротивления Гл. Числовое значение можно рассчитать по формуле:

#### $F_{\pi} = 0, 5 \cdot C \cdot \rho \cdot S \cdot (V)^2,$ (12)

где С – безразмерный коэффициент лобового сопротивления,  $\rho$  – плотность воздуха, S – площадь поперечного сечения тела, V – скорость движения. Обычно для гладкой сферы (ядра, шара и т. п.) значение C=0,5. Обтянутый сукном теннисный мяч не имеет абсолютно гладкой поверхности и нужен эксперимент. Теория и практика подтверждают, что потоки одинакового типа динамически подобны, если имеют одинаковое число Рейнольдса Re= V·d/µ, где V – скорость потока м/с, d=0,066 м – диаметр теннисного мяча,  $\mu$ =0,145·10<sup>4</sup> м<sup>2</sup>/с – кинематическая вязкость воздуха. Процесс обтекания протекает так. Вследствие трения в воздухе образуется пограничный слой. Он служит своего рода прослойкой между потоком и телом. Вязкость и толщина слоя очень малы. В начале движения, когда скорость невелика, поток вокруг мяча приближается к потенциальному. Дальнейшее увеличение скорости и соответственно, числа Рейнольдса (табл. 2) приводит к образованию вихревых потоков. Они создают в критических точках повышенное давление. Вихри через определенные

# Мертвая зона. Часть 2. Свободное падение



промежутки времени, правильно чередуясь, попеременно отрываются, и при Re=10<sup>5</sup>–2·10<sup>5</sup> их расположение становится неустойчивым, давая асимметричную картину. Пограничный слой становится турбулентным. Наблюдается сужение дорожки пограничного слоя, и дальнейшее увеличение Re уменьшает значение лобового сопротивления. Это кризис сопротивления (рис.8). По данным В. А. Голен-

ко, исследовавшего мяч в аэродинамической трубе, он наступает "при некоторой скорости около 80 м/с". Сравненим с мировым рекордом 230,2 км/ч (64 м/с)



подачи. Обычный розыгрыш очка происходит при существенно меньшей скорости вылета мяча  $V_M < 30$  м/с, т. е. находится далеко от порога кризиса лобового сопротивления. Для чисел  $Re=10^4-10^5$  значение C=1,2. Тогда из формулы (12), имеем силу лобового сопротивления мяча

Fлм=0,0025·(Vм)<sup>2</sup> (13) Формула (13), в частности, указывает на квадратичную зависимость Fлм от скорости полета мяча. На рис.9 приведен график этой зависимости. 24

Табл. 2. Значения чисел Рейнольдса (Re) для теннисного мяча

Скорость м/с	5	10	15	20	25	30	35	40	50	60	70	80
Re•10 <sup>4</sup>	2,3	4,7	7	9,3	11,6	14	16,1	18,6	23,3	28	32,6	37,3

## По законам Исаака

Ушедших снов воспоминания: "На могильной плите в Вестминстерском аббатстве в Лондоне высечены слова: "Здесь покоится СЭР ИСААК НЬЮТОН, который почти божественной силой своего ума впервые объяснил с помощью своего математического метода движения и формы планет, пути комет, приливы и отливы океана. Прилежный, проницательный и верный истолкователь природы, древностей и Священного Писания, он прославил в своем учении всемогущего Творца. Пусть смертные радуются, что в их среде жило такое украшение человеческого рода. Родился 25 декабря 1642 г. Умер 20 марта 1727 г. "

Древние воины, используя для разрушения неприятельских укреплений катапульты, даже в рамках очень простой модели не могли теоретически рассчитать траекторию полета камня. Процесс совершенствования и уточнения модели продолжался более 300 лет. Начатые Г.Галилеем исследования по внешней баллистике продолжил Исаак Ньютон. В своем труде "Математические начала натуральной философии" (1687) он решал задачу движения тела в воздушном пространстве. Этот шаг был совершенно необходим, т. к. при всем

несовершенстве орудий XVIII века воздух должен был оказывать заметное влияние на движение ядер, отклонение траекторий от вызывая ИХ параболической. Более точный расчет траектории полета снаряда (мяча) также требует предположение переформулировать последнее рассмотренной модели (Глава 1) следующим образом: (4) при движение воздух действует на мяч в противоположном скорости Ум направлении с величиной силы Fлм, определяемой по формуле (13). Второй закон Ньютона примет вид



т•а=Р+Fлм.

(14)

(17)

Зная значение силы лобового сопротивления для некоторого момента времени движения t, заменим векторное уравнение (14) следующими двумя скалярными уравнениями проекций (рис. 10) на выбранные ранее координатные оси X и Y:

$$a_x = -0.04 \cdot V \cdot V x/m; a_v = -g - 0.04 \cdot V \cdot V x/m.$$
 (15)

Пусть x(t), y(t) – искомые функции, определяющие координаты движения в любой момент времени, тогда производные <u>этих функц</u>ий дают скорость:

$$V_{x=x'(t)}, V_{y=y'(t)}, V=\sqrt{(x')^2+(y')^2},$$
 (16)

а повторное дифференцирование позволяет подсчитать ускорение

ax=x''(t), ay=y''(t).

Подставляя (16) и (17) в систему (15) имеем:

 $x''=-0.04\sqrt{(x)^{2}+(y')^{2}\cdot x'/m}, y''=-g-0.04\sqrt{(x')^{2}+(y')^{2}}\cdot y/m.$  (18)

При постоянной плотности воздуха, вводя в качестве искомых функций соответствующие компоненты скорости и ускорения, можно снизить порядок дифференциальных уравнений (18) со второго до первого. В результате имеем следующую систему двух уравнений первого порядка:

 $u'=-0.04\sqrt{u^2+w^2}\cdot u/m, w'=-g-0.04\sqrt{u^2+w^2}w/m,$  (19)

которую для ранее принятых условий нашей задачи нужно решать при начальных условиях

 $u(0)=V \cdot \cos \alpha, w(0)=V \cdot \sin \alpha$ . (20)

Выполненные на компьютере с помощью метода ломаных Эйлера расчеты траекторий полета мяча с учетом сопротивления воздуха дали следующие результаты.

#### Сравнение

Ушедших снов воспоминания: "Мариванна: "В механике Ньютона, решая задачи кинематики, основные законы относятся не к произвольным телам, а к материальной точке, т. е. к телу, обладающему массой, по лишенному геометрических размеров." Вовочка: "А на прошлом уроке вы говорили, что тел с массой, без размеров не бывает." Мариванна: "Да, такое представление не всегда возможно."

По данным расчета (табл. 3), при вылете мяча со скоростью Vм=25 м/с под углом α=15° "воздушный тормоз" уменьшает время полета на 16%, дальность на 44%, высоту взлета на 16%. Сами траектории изображены на рис.11. Сравнение



линий наглядно демонстрирует фактическое отклонение траекторий движения мяча в воздушной среде.

На первый взгляд, перспектива моделирования полета безвоздушной параболой кажется безнадежной. Однако построим параболу по координатам трех точек (удара, взлета и отскока) движения в воздухе, пользуясь формулами (8) и (9). Как



видим (рис.12), обе траектории довольно близки друг к другу. С р а в н е н и е ч и с л о в ы х значений (табл. 4) показывает,

что у аппроксимированной параболы увеличивается высота взлета на 1,3% и время полета на 1,8%.

Табл. 3 Сравнение траекторий полета теннисного мяча

Точки	C LL	Е	возду	vxe	55° (=)	B	Без воздуха				
	t, c	l, м	h, м	V, м/с	α, °	t, c	1, м	h, м	V, м/с	α, °	
Удар	0	0	0	25	15	0	0	0	25	15	
Взлет	0,52	10,0	1,53	ų inde	0	0,66	15,91	2,38	18,8	0	
Отскок	1,11	17,80	0	12,2	-24	1,32	31,82	0	25	-15	

Примечание. t – время, l – длина, h – высота, V – скорость, α – угол

Отложим последовательно на всей длине полета по вертикали значения скорости (рис.13) и проанализируем характер изменений. У параболы в точке удара и отскока мяча значение скорость VM максимальное. В точке взлета мяча над кортом скорость минимальная. Значение горизонтальной Vx скорости на протяжении всего полета остается величиной постоянной. Вертикальная



скорость Vy вначале направлена вверх и совпадает с выбранным положительным направлением оси Y. Затем, в точке взлета Vy=0. И наконец, в точке отскока она направлена вниз, принимая отрицательное значение. В воздухе "сценарий поведения" мяча другой. Здесь, в начале мяч летит быстрее, чем в конце. Составляющие Vx,Vy скорости Vм монотонно убывают. За время полета падение скорости составляет: Vm – 49%, Vx – 46%, Vy – 23%. Как видим, при одинаковых начальных условиях теннисный мяч пролетит в воздухе меньше расчетных значений параболической модели движения. Однако, если по трем точкам полета построить параболу, то в общем рисунок траектории движения мяча сохраняется.

Табл. 4 Аппроксимации по трем точкам полета

Точки	t, c	l, м	h, м	V, м/с	α, °
Удар	0	0	0	16, 8	19
Взлет	0,565	8,9	1,55	15,8	0
Отскок	1,13	17,80	0	16,8	-19

Примечание. t – время, l – длина, h – высота, V – скорость, α – угол

#### Аппроксимация

Ушедших снов воспоминания: "Мариванна: "Сегодня мы поговорим о вращение автомобильного колеса. Его движение даже на большое расстояние уже нельзя рассматривать как точку. Дело в том, что в одних случаях одно и то же тело можно считать материальной точкой, а в других – нет." Вовочка: "В чем же тогда суть?" Мариванна: "Все зависит от условий, при которых происходит движение тела и от того, что именно тебя интересует." Вовочка: "Сами знаете. Конечно, тело, Мариванна."

Наиболее сложным и ответственным этапом исследования всегда является построение адекватной математической модели. Во многих случаях правильный выбор обеспечивает более чем наполовину и само решение проблемы. Трудность же состоит в том, что здесь необходимо соединить

специальные и математические знания в одно целое. Для этого надо не только быть хорошим теннисистом, но и обладать определенной математической культурой, хотя бы прилежного школьника. В противном случае, пока стороны не научатся лучше понимать друг друга, совместная работа превращается в диалоги глухого со слепым. Применение аппроксимированной модели без сопротивления воздуха вполне оправдано, когда не требуется высокая точность расчетов. Приведем взятые из баллистики суммирующие графики (рис.14) зависимости дальности, высоты взлета и времени



полета от начальной скорости ядра. Они показывают, что существенные отклонения от параболы можно наблюдать при больших скоростях (Vm > 90 м/c). Например, для пушечных ядер широко используют простое соотношение, связывающее высоту **Hmax** и время **Tnon** полета, как в случае параболического движения

$$H_{max} = 0, 125 \cdot g \cdot (T_{non})^2.$$
 (21)

Сравните получаемые значения: 1) из формулы (21) H<sub>max</sub>/(Тпол)<sup>2</sup>=g/8=1,225; 2) из (табл.3) 1,53/(1,11)<sup>2</sup> =1,242; 3) из табл. 4 1,55/(1,13)<sup>2</sup>=1,214. Расхождение порядка 1% подтверждает высокую степень точности формулы (21), по которой рассчитаны значения табл.5. Там, например, можно найти максимальную продолжительность 1,75 с "жизни" мяча до первого падения в теннисном зале с высотой потолка 15 м. Впрочем, на такой вершине мяч редкий "гость" и на открытых кортах.

Табл. 5. Высота взлета и время

Взлет м												
Время с	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00

Выводы к главе.

1. Воздух оказывает существенное влияние на траекторию полета мяча.

2. Сила лобового сопротивления пропорциональна квадрату скорости полета мяча.

3. В обычных игровых ситуациях кризис лобового сопротивления не происходит.

4. Решая задачи тактики, по координатам трех точек полета мяча в воздухе можно аппроксимировать траекторию параболой.

5. Чем быстрее и дольше летит мяч, тем отклонение от параболы заметнее.

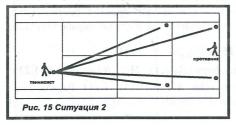
#### ГЛАВА 4.

#### ТОЧНОСТЬ ТЕННИСНЫХ КОРОЛЕЙ

#### Длина и время

Ушедших снов воспоминания: "В один из весенних дней 1907 или 1908 г. на теннисных кортах Девичьего поля появился мужчина невысокого роста и с очень непримечательной, чуть-чуть обезьяноподобной внешностью, который вел за руку нарядно одетого мальчика лет 10-12. Мужчина не говорил по-русски. Мальчик пояснил небольшому числу посетителей, в числе которых был и я, что это его гувернерангличанин, недавно приехавший в Москву, который хотел бы поиграть в теннис."

Доброму партнеру можно адресовать медленно летящие мячи, чтобы оставить ему время на красивый ответный удар. В игре с непримиримым противником рисунок совсем иной. Мячи должны доставлять массу неудобств и быть то длинными, то короткими, то быстрыми, то медленными. Точная игра требует изучения и создания допустимых траекторий. Высота взлета над кортом и длина определяют, в первую очередь, "границы" полета, нарушив которые, мяч



угодит в сетку или за пределы корта. Тогда разыгрываемое очко сразу будет проиграно. Продолжая начатый разговор об атаке (ситуация 1), предположим, что теннисист хочет сократить противнику время на его ответные действия ударом в один из углов корта (рис.15). Рассмотрим в общем виде возможное направление развития атаки. Выразим скорость горизонтального смещения х через значение кривизны  $\nabla x = \sqrt{-0.5 \cdot g/a}$  и подставим в формулу (3) t=0.45 · x  $\sqrt{|a|}$ . (22)

Отсюда следует, что продолжительность полета до точки отскока x=L, y=0 будет  $t_{non}=0,45\cdot L\cdot \sqrt{|a|}$  (23)

Анализ формулы (23) показывает, что сократить время возможно уменьшая длину L или кривизну а траектории полета. В нашей ситуации 2 косые удары в ближние углы уменьшат длину на 6 м, и сократят время до 0,49 с, если сохранить значение кривизны a=-0,0082, как в дальние углы корта. Уменьшение модуляа а, характеризующего искривление линии движения мяча в вертикальной плоскости, влечет увеличение горизонтальной Vx скорости (табл.6). Напомним, что после удара "кроссом" начальная скорость V=25 м/с и, пролетая в нескольких сантиметрах над сеткой, мяч приземлился через 18 м.

Табл. 6. Горизонтальная скорость и кривизна параболы.

\$ 13

-	V м/с	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
	a·10 <sup>-2</sup>	19,6	4,9	2,18	1,23	0,78	0,54	0,40	0,31	0, 24	0,20	0, 16	0,14

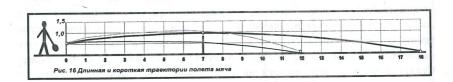
Формула (23) дает продолжительность полета 0,74 с. Из уравнения (5) для точки отскока вытекает

 $b = -a \cdot L - h_0 / L.$  (24)

Тогда для косых ударов **b=0,049**. Формула (11) дает **Hmax=0,67** м. Это ниже допустимого уровня (**0,92-0,98** м) теннисной сетки. Следовательно, этот "косой" мяч не перелетит на сторону противника. Подставляя необходимые значения координат  $x_1=7$ ,  $y_1=1$  полета над сеткой в формулу (8), получим нужное значение кривизны **a=-0,0214**. В табл. 6 ему соответствует Vx=15 м/с. После подстановки в (3) рассчитанного по формуле (10) смещения x до точки взлета получаем время подъема

 $t_{\Pi 0 \Pi} = 0,225 \cdot b / \sqrt{|a|}$  (25)

В итоге, всех расчетов (табл. 7) убеждаемся, что в ситуации 2 "смягченные" косые удары летят 0,79 с, т. е. на 6% дольше, чем "драйвы" в глубину корта. На рис.16 изображены эти траектории.



Параметры	Кросс	(a=-0, 00	082)	Косой	удар (а=	-0, 0214)	Косой удар (а=-0, 0082)			
параболы	Удар	Взлет	Отскок	Удар	Взлет	Отскок	Удар	Взлет	Отскок	
Длина, м	0	6,97	18	0	4,83	12	0	2,96	12	
Высота, м	0,6	111	0	0,6	1,1	0	0,6	0,67	.0	
Время, С	0	0,29	0,74	0	0,32	0,79	0	0,12	0,49	
Скорость, м/с	24,6	24, 4	24, 8	15,4	15,1	15,8	24,4	24,4	24,7	
Угол,гр	6,5	0	-10, 3	11, 7	0	-17,1	2,8	0	-8,5	
Гор. скорость, м/с	24,4	24,4	24,4	15,1	15,1	15,1	24,4	24,4	24,4	
Верт. скорость, м/с	2,8	0	-4,4	3,13	0	-4,6	1,19	0	-3,6	

Табл. 7. Ситуация	2. Результаты	расчета траекторий
-------------------	---------------	--------------------

#### Быстро и медленно

Ушедших сиов воспоминания: "Теннисными кортами Девичьего поля ведал А. И. Сафонов, тучный малоподвижный мужчина. Он являлся и хозяином бюро проката ракеток, мячей, туфель, что также приносило ему некоторые доходы. У иностранца с собой ничего не было, и Сафонов дал ему ракетку и подобрал туфли поприличнее. Самодовольно усмехнувшись, он предложил свои услуги. За небольшую плату Сафонов тренировал начинающих спортсменов. Коронным у него был удар справа."

Контакт с кортом за тысячные доли секунды резко замедляет движение мяча. Воздушный "тормоз" заметно уступает земному, и к своей "мертвой" точке мяч летит по параболе. Отсутствие вертикальной составляющей на взлете (Vy=0) определит время взлета

$$t_{\Pi 0} = V_0 \cdot \sin(\alpha_0)/g$$
, (26)

за которое мяч отскочит на свою последнюю высоту

$$H_{0T} = 0.5 \cdot (Voy)^2/g$$
. (27)

Это вершина параболы. Она находится ровно на середине длины отскока между подъемом и падением. Поэтому, удваивая значение (26), получим время (t<sub>or</sub>) движения после отскока. Несложные преобразования дают связь времени и высоты движения после отскока

$$t_{oT} = 0.9 \cdot \sqrt{H_{oT}}$$
 (28)

Из уравнения (3) определим длину отскока до "мертвой" точки (Lo,0)

$$Lo = 0,204 \cdot Vxo \cdot Voy \qquad (29)$$

Анализируя формулы (26)-(29), приходим к выводу, что лишь вертикальная Voy составляющая скорости Vo продлевает "жизнь" мячу. Она в ситуации 2 до отскока (табл.7) у "кросса" меньше, чем у косого удара. Отставание сохранится и после отскока. Об этом подробнее в следующей главе. Таким образом, если теннисист хочет сократить время противнику на ответный ход, то здесь наилучшим следует признать "кросс" в глубину корта (puc.5), а не косой удар. Судить о влиянии угла отскока на всю дальнейшую траекторию можно по значениям (табл.8) кинематических и геометрических параметров единичного модуля скорости. Соотношение между горизонтальной и вертикальной

угол	Vy	Vx	t <sub>под</sub>	t <sub>пол</sub>	H <sub>max</sub>	L	A	B
15	0,259	0,966	0,026	0,053	0,003	0,051	-5,252	0,268
30	0,500	0,866	0,051	0,102	0,013	0,088	-6,533	0,577
45	0,707	0,707	0,072	0,144	0,026	0,102	-9,800	1,000
60	0,866	0,500	0,088	0,177	0,038	0,088	-19,600	1,732
75	0,966	0,259	0,099	0,197	0,048	0,051	-73,148	3,732

Табл. 8. Параметры единичного модуля скорости

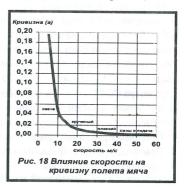
составляющими скорости определяют круговые тригонометрические функции синуса и косинуса. Если увеличивать угол вылета, то скорость горизонтального смещения уменьшается и полет становится дольше, т. к. вертикальная составляющая скорости поднимает точку взлета. Необходимо обратить внимание, что траектории, дополняющие до 90° углы вылета, имеют общую точку "приземления", а значение угла 45° обеспечит единственную траекторию с максимальной дальностью. Отклонение от него приведет к более коротким

"парным" траекториям. Более низкая из них соответствует "атакующему" удару, потому что имеет меньшую кривизну, а следовательно, большее значение горизонтальной скорости. "Защитная" траектория имеет угол вылета больше **45**° Она увеличивает время полета и снижает горизонтальную скорость. В воздухе максимальную длину полета



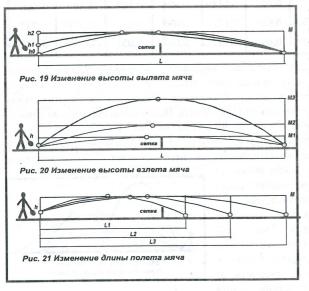
обеспечивает угол вылета порядка 40° Эти теоретические рассуждения распространяются и на движение мяча сразу после удара ракеткой (рис.17). Они

помогут "предсказать" по характеру удара быстроту мяча в различных игровых ситуациях на корте. В частности, свечи имеют диапазон 5-10 м/с, крученые и несильные плоские удары – 10-20 м/с, сильные плоские удары (драйвы) – 20-30 м/с, подачи и смэши – более 30 м/с. На графике (рис.18) зависимости кривизны а от скорости Vx хорошо видно, что чем меньше абсолютное значение a, тем быстрее смещается мяч.



#### Окна

Ушедших снов воспоминания: "К удивлению окружающих и особенно самого Сафонова; незнакомец без всякого усилия возвращал все мячи, которые Сафонов все более усиливал и пласировал. А когда началась игра со счетом, выяснилось, что Сафонов не в состоянии выиграть не только ни одной игры, но даже ни одного очка. Со всех кортов сбежались играющие, чтобы взглянуть на удивительного теннисиста. После Сафонова против англичанина сразу же стали по очереди выступать все корифеи "Девички", но всех постигла та же участь: никто не смог выиграть ни одного очка. "



Контролировать И следить сразу даже за тремя переменными обычному человеку Избыток непросто. информации не менее вреден, чем ee недостаток. На что прежде всего надо обратить внимание, чтобы безошибочно указать место отскока мяча, его скорость и фактическое время для подготовки удара с лета? Об этом пойдет речь в завершении этой Любую главы. плоскую траекторию

движения мяча можно вписать в прямоугольник (окно) с размерами сторон LxM. Точки удара и отскока принадлежат противоположным вертикалям. Нижняя горизонталь принадлежит корту, а на верхней лежит взлет. Теперь, ключевыми индикаторами "пульта" управления теннисиста стали: начальная высота h удара, взлет M и место приземления L мяча. Будем считать, что начало координат O совпадает с нижней вершиной левой вертикали и для любой точки (x,y) траектории в силу непрерывного и монотонного характера движения мяча выполняются условия  $0 \le x \le L, 0 \le y \le M$ . Если зафиксировать сразу все эти три параметра (h, M, L), то будет единственная параболическая траектория движения мяча. Меняя поочередно значения одного из параметров и оставляя два других неизменными, можно получить следующие комбинации:

1. При фиксированной длине и высоте окна меняется высота точки удара.

2. При фиксированной высоте точки удара и длине окна меняется высота окна.

3. При фиксированной высоте точки удара и высоте окна меняется длина окна. Остановимся на смысловой части анализа, т. к. числовые значения траекторий несложно получить по рассмотренным выше формулам. Фиксированных размерах окна LxM начальная точка h траектории может "скользить" по левой вертикали между нулевой отметкой и установленным уровнем высоты взлета (рис.19). Повышение точки удара (h<sub>0</sub><h<sub>1</sub><M) уменьшает угол вылета и кривизну траектории, а значит, мяч полетит быстрее. Точка взлета устремится по верхней горизонтали к точке удара, и на вершине вертикали значение скорости будет максимальным, что обеспечит минимальное время полета. И наоборот, при снижении точки удара полет мяча замедляется, т.к. увеличивается значение кривизны траектории. Если начальная высота становится равной нулю ho, то это траектория после отскока. Зафиксируем значения длины окна и точки удара (рис.20). При повышении взлета (М1<М2<М3), горизонтальная скорость падает, а вертикальная растет. Угол вылета и кривизна траектории увеличатся. Полет станет дольше, а точка взлета удалится от места вылета мяча. И наконец, при фиксированной точки удара и уровня взлета (рис.21), чем дальше "отодвинуть" точку отскока (L1<L2<L3), тем меньше будут угол вылета и кривизна траектории. Мяч полетит быстрее, а точка взлета "заскользит" по верхней горизонтали подальше от места удара, сохраняя неизменной продолжительность полета. Таковы в общем тенденции "жизни" мяча, на которые, безусловно, могут оказывать дополнительное воздействие атмосферные условия (влажность и ветер).

Выводы к главе.

1. О скорости движения мяча можно судить по кривизне траектории.

2. Мяч летит тем быстрее, чем ближе его траектория приближается к прямой линии, т.е. уменьшается значение кривизны. И наоборот, чем больше кривизна траектории, тем медленнее летит мяч.

3. Медленные мячи на корте летают по высоким траекториям, а быстрые – по низким.

4. У двух траекторий с суммой углов вылета 90° совпадают точки удара и отскока мяча.

5. Теоретически максимальную дальность полета по единственной траектории обеспечит угол вылета 45°.

6. Увеличение угла вылета снижает горизонтальную скорость и увеличивает продолжительность полета мяча.

7. Снижение высоты точки удара над кортом замедляет скорость мяча. И наоборот. Чем выше точка удара, тем быстрее можно послать мяч на сторону противника.

8. Увеличение высоты взлета мяча над кортом замедляет горизонтальную скорость и увеличивает продолжительность полета мяча. И наоборот. При понижении взлета долгота сокращается.

9. На корте взлет мяча должен превосходить установленную высоту теннисной сетки, а длина полета не может превосходить установленную координату точки отскока.

10. В ситуации 2 удар кроссом сокращает продолжительность "жизни" мяча по сравнению с косым ударом.

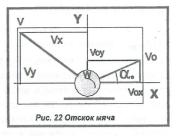
#### ГЛАВА 5

#### третий не лишний

#### Мой веселый и звонкий

Ушедших снов воспоминания: "С Еленой Дмитриевной Александровой (впоследствии Посельской) я впервые познакомился в Москве в начале 20-х годов на кортах Девичьего поля. Это была пышущая здоровьем девушка в расцвете своих восемнадцати лет. Вряд ли кто-нибудь знал тогда ее как Елену Дмитриевну. Все звали ее Леля, Лелечка и даже фамильярно Лелька. И это подходило к ней гораздо больше. У Лели в то время были истинно мальчишеские склонности и желания. Она была чрезвычайно быстра и подвижна на корте, невзирая на бремя женских теннисных одежд того времени. Но тогда она не вкусила прелесть этой игры и, пренебрегая теннисом, с громадным удовольствием играла в лапту, серсо, крокет; одно время даже увлекалась бегом. Любовь к теннису пришла позднее и захватила ее целиком, отбросив в сторону все детские увлечения, которые помогли ее общему развитию и подготовили хорошую почву для тенниса."

Настало время представить, пожалуй, самого главного участника. Любой теннисный праздник не обходится без него, а он заставляет беспрекословно подчиниться всем прихотям своего "непредсказуемого" поведения. Даже романтики теннисных баталий вынуждены следовать за А.Коше "ближе к мячу, ещё ближе, всегда ближе!". Да что он, собственно, из себя представляет? О нем правила соревнований говорят так: "Мяч белого или желтого цвета должен иметь ровную наружную поверхность. Диаметр мяча – от 6, 35 до 6,67 см, вес – от 56,7 ло 58.5 г. После падения с высоты 2,54 м на бетонную поверхность площадки мяч должен отскакивать от нее на высоту от 1,35 до 1,47 м. Под воздействием нагрузки 8,165 кг мяч должен деформироваться на величину от 0,56 до 0,74 см". Общаясь регулярно с мячом, далеко не каждый теннисист знает, куда и как быстро он отскочит. Поверхностное представление о характере изменения траектории после отскока нередко является причиной грубых ошибок. Здесь уже недостаточно считать мяч просто материальной точкой, как в кинематике, и надо применить другую математическую модель. Она должна учитывать импульсный характер ударного взаимодействия мяча с кортом. В процессе контакта на мяч действует реактивный ударный импульс силы. Его можно разложить по направлениям на два составляющих импульса: силы отталкивания, направленной вверх по вертикали к поверхности площадки, и силы трения, действующей по направлению, противоположному горизонтальной скорости мяча. По времени импульс состоит из двух микрофаз: деформирования мяча и восстановления его формы. В первой микрофазе происходит торможение мяча о площадку, частично гасится его поступательная скорость. К моменту завершения этой микрофазы деформированный мяч обладает максимальной потенциальной энергией, которая во второй микрофазе переходит в кинетическую энергию отскакивающего мяча. В такой момент его можно сравнить со сжатой спиральной пружиной, готовой быстро распрямиться. Сразу после отскока начальную скорость мяча также можно разложить на два направления: вертикальное (вверх) и горизонтальное (параллельно) поверхности корта (рис.22). Значение вертикальной Voy составляющей будет зависеть от упругой деформации мяча и не будет зависеть от трения. Горизонтальная Vox составляющая скорости Vo, наоборот, зависит прежде всего от трения и вращения мяча. От трения зависит также и скорость вращения мяча после удара о площадку. Будем предполагать, что изменение скорости мяча до и после отскока от корта происходит за очень короткий промежуток времени, измеряемый тысячными долями



секунды. Поэтому мгновенные силы, возникающие во время отскока, получаются очень большими, превосходя приблизительно на два порядка силу тяжести мяча, которой в данном случае можно пренебречь. В свою очередь, эти мгновенные силы можно заменить на величину и направление их импульсов за время контакта.

## Пара сухого трения

Ушедших снов воспоминания: "В полдень 28 августа, в самый солнцепек – в тот год в конце августа в Москве стояла июльская жара Теплякова и Александрова сошлись в финальном матче. Целиком захваченная азартом борьбы, Теплякова не сразу поняла, что случилось на стадионе. А было объявлено, что в этот час в итальянском квартале Бостона, главного города американского штата Массачусетс, происходят похороны жертв классового правосудия Сакко и Ванцетти, и поэтому соревнования прерываются и объявляется митинг, чтобы заклеймить очередное преступление буржуазии. Теплякова положила на столик ракетку, вытерла лицо полотенцем, а Александрова, едва отойдя в тень, рухнула на скамейку, к ней подбежала медесстра и стала смачивать виски холодной водой. Увидев Александрову, Теплякова подумала, что она отдышится и перехватит игру. Но когда митинг закончился и игра была продолжена, она поняла, что Александровой не удалось отдышаться и уверенно довела до победы второй сет".

Перейдем к построению самой математической модели расчета значений скорости теннисного мяча сразу после его отскока от поверхности корта. Пусть в момент приземления известны значения составляющих Vx, Vy вектора скорости V и угловая скорость вращения W мяча. Требуется найти новое значение скорости Vo мяча сразу после отскока. Согласно гипотезе Ньютона, восстановленный ударный импульс есть величина постоянная. Тогда соударение поверхностью корта представить результирующими мяча с можно кинематическими соотношениями, характеризующими плоский косой удар мяча о неподвижную поверхность. Здесь термин косой удар имеет иной, чем в теннисе, смысл. Косой удар тела круглой формы можно представить следующими уравнениями. Нормальная составляющая скорости центра мяча после отскока всегда будет

#### $Voy=R\cdot V, \qquad (30)$

где  $\mathbf{R}$  – коэффициент восстановления ударного импульса (0<R<1), или просто коэффициент удара. Степень его отличия от единицы всегда характеризует энергетические потери при ударе. Для  $\mathbf{R}=1$  энергия не теряется, и удар называется абсолютно упругим. Наоборот, при  $\mathbf{R}=0$  потери максимальны, и удар называется абсолютно неупругим, или пластическим. Коэффициент удара

определяет формула

# $R = \sqrt{(h_{\pi a \pi}/h_{o T})}, \quad (31)$

где h<sub>пал</sub> – высота падения, h<sub>от</sub> – высота отскока. По правилам соревнований для бетонной поверхности имеем √ (1,35/2,54)=0,73≤R≤√(1,47/2,54)=0,76. Для других покрытий корта установить значение R можно, если замерить высоты падения и отскока мяча над кортом, а затем применить формулу (31). Расчет горизонтальной составляющей скорости после отскока становится более сложным, потому что возникающий в паре сухого трения касательный импульс может вызывать проскальзывание в течение всего времени контакта мяча с кортом. При больших значениях коэффициента трения скольжения f проскальзывание может прекратиться, когда мяч еще прижат к поверхности корта. За счет этого возникающая тангенциальная деформация мяча, прекращаясь существенно раньше, трансформирует значительную часть энергии вращения в кинетическую энергию, связанную с горизонтальной составляющей скорости. Исследования этой проблемы для теннисного мяча не проводились. Воспользуемся экспериментально подтвержденными соотношениями плоской задачи о косом ударе тела круглой формы о неподвижный ограничитель. Для скользящего удара имеем

#### Vox=Vx-f(1 + R)·Voy, (32) Wo =W-0,5·f(1 + R)·Voy/r, (33)

где Wo – угловая скорость вращения сразу после отскока, r – радиус мяча. Значение f можно определить экспериментально известным из школьной программы по физике способом. В частности, для трения сукна о бетон f=0,5. Скачки продольной составляющей и угловой скорости мяча полностью определяются до ударной нормальной (вертикальной) составляющей скорости. При нескользящем ударе, такой зависимости нет. Здесь всегда имеем

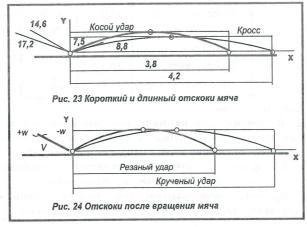
Vox=
$$0,5 \cdot (Vx+r \cdot W),$$
 (34)  
Wo =-Vox/r, (35)

Вопрос о применении формул для скользящего или нескользящего удара решается на основе предположения, что между нормальным реактивным импульсом In и касательным фрикционным импульсом It, возникающими в паре сухого трения, на интервале постоянства знака скорости проскальзывания внутри интервала времени удара существует следующая связь. При отсутствии проскальзывания импульсы должны удовлетворять неравенству  $|It| \leq f \cdot In$ , т.е. в развернутом виде Vx +r·W<0,5·f·(1+R)·Voy. В противном случае будет иметь место проскальзывание и надо пользоваться формулами (32)-(33).

#### Хочешь жить – умей вертеться

Ушедших снов воспоминания: "Александрова – коренная потомственная москвичка. Родилась она в Сокольниках, бывших тогда подмосковной дачной местностью, связанных с Москвой только одним видом городского транспорта – конкой. Хотя первые шаги Лели на пути к теннисной славе были сделаны в Сокольниках, своей подлинной спортивной родиной Александрова считает Девичье поле, связь с которым она сохранила до сих пор. В истории женского отечественного тенниса Елене Дмитриевне Александровой (Посельской) принадлежит одно из самых славных мест. Заканчивая характеристику Александровой, надо сказать, что она играла предельно зло – недаром ее называли "тигрой". И действительно, чем больше она злилась, тем лучше шла у нее игра. Однажды она проигрывала сопернице, которую прежде всегда побеждала. А той к тому же все время подсказывал муж куда бить и как бить. И это, наконец, ужасно разозлило Александрову и она сразу завладела игрой. А мужу своей поверженной соперницы она сказала: "Ты так громко подсказывал – вот и получил". В другой раз, в Тбилиси излишие темпераментные зрители так хотели ее поражения, что даже кричали ей под руку во время подачи: "Двойная!". Едва закончив встречу, Александрова обратилась к зрителям: "Я вас должна поблагодарить. Если бы вы болели за меня, я бы никогда не выиграла. Я вас прошу всегда болейте против меня." Подведем некоторые "неутешительные" итоги исследования неукротимого

нрава мяча. Его веселый и звонкий образ жизни после сокрушительных ударов теннисистов сопровождается паданием на траву, грунт, паркет и т.п. Внутреннее вес, давление, диаметр, коэффициенты восстановления И трения нестабильны. реагирует Он на погоду. В жару его упругость возрастает, влажности а OT



уменьшается. В итоге, при одинаковой начальной скорости вылета маршрут мяча имеет широкий диапазон, влияя на технику игроков. Не случайно за столетнюю историю только двум теннисистам удалось в течение года выиграть все четыре турнира, составляющих "Большой шлем". За доли секунд сообразить, как поведет себя мяч, могут только исключительно одаренные личности. Наше исследование предполагало, что теннисист посылает мячи на сторону противника плоскими ударами, но вращение оказывает свое влияние на траекторию полета, хотя и незначительное. Дальнейшее усложнение математического аппарата может привести к неоправданным затратам времени исключительно на "бумажный" теннис вместо самой живой игры. Мне представляется разумным для решения задач тактики ограничиться предложенными к рассмотрению тремя математическими моделями. Аппроксимация параболой хорошо воссоздает общую картину полета мяча, но, как показал анализ (**рис.13**), расхождение значений скоростей движения в воздухе в точке отскока существенное. Проводить каждый раз расчеты "вручную", достаточно трудоемкая процедура.

23

Для автоматического решения была разработана программа. Результаты компьютерной обработка данных ситуации 2 представлены в табл.9. На рис.23 изображены траектории отскока для кросса и косого ударов. Как видим, окно траектории после кросса ниже и длиннее, чем у косого удара. Значит, в дальние углы корта мяч к своей мертвой точке летит быстрее. Если придать мячу вращение (рис.24), то отскок у крученого мяча будет дальше, чем у подрезанного мяча. В этом нетрудно убедиться, анализируя содержание формул (33)-(35).

#### Табл.9. Ситуация 2. Отскоки мяча

Кинематические	construct]	Кросс	Косо	й удар
параметры	до	после	до	после
Время, с	0,75	0,55	0,77	0,57
Длина, м	18,2	4,2	14,3	3,8
Взлет, м	1,00	0,36	1,02	0,39
Скорость, м/с	17,2	8,8	14,6	7,5
Угол, град.	-13	18	-16	22
Гор. скорость, м/с	16,8	8,4	14	7
Верт. скорость, м/с	-3,9	2,7	-4,1	2,8

Выводы к главе.

1. В момент отскока мяча его движение нельзя рассматривать как кинематику точки. Модель отскока должна учитывать импульсный характер соударения мяча с неподвижной поверхностью.

2. Для проведения точного расчета значения коэффициентов удара и трения лучше определить экспериментально на корте.

3. Вращение мяча оказывает существенное влияние на характер отскока. Крученые удары увеличивают его длину, а резаные – уменьшают.

#### ГЛАВА 6.

#### БЫСТРОТА

#### Не догоню, но хоть согреюсь.

Ушедших снов воспоминания: " Сразу после игры англичанин еще раз поразил всех. Сбросив пиджак на руки мальчику, он совершил пробежку вокруг Девичьего поля, что составляло, по меньшей мере, два километра. Так был дан первый урок общефизической подготовки теннисистов."

Не отстать на корте от стремительно летящего мяча не под силу даже выдающемуся спринтеру. В неигровых условиях, график его скорости просто "бледнеет" даже перед "ослабевшим" после падения мячом. Спринтеру на разгон нужна дорожка 50 м и 5 с времени на регистрацию максимальной скорости порядка 9 м/с. Мяч, исключая высокие свечки, "финиширует" через 15-20 м за 2-

24

#### И. Листратов. Пособие по тактике тенниса

3 с. И все же очень часто мячу удара ракеткой не избежать. Оставим пока теннисный мяч в покое и обсудим скоростные возможности игроков. в спорте под быстротой понимается совокупность характеризующих свойств, способности скоростные человека, т. е. возможность выполнить в установленный срок определенные действия (технические приемы). Чем точнее перечень действий, тем яснее путь к достижению результатов высоких на временном заданном интервале. Приняв за начало отсчета противника удар



действия теннисиста за время движения мяча (рис.25) можно представить в такой последовательности.

- 1. Выбор решения и старт.
- 2. Ускорение по направлению к мячу.
- 3. Удержание максимальной скорости.
- 4. Замедление скорости для контроля ударного движения.
- 5. Ударное действие.
- 6. Выход из удара.
- 7. Перемещение на другую позицию.

Первые четыре действия составляют подход к мячу. Ударное действие ничтожно мало по сравнению с другими отрезками времени. Последние два действия относятся к тактическому маневрированию для занятия более выгодной позиции. Сама подготовка к удару включает два этапа: сложную реакцию выбора и работу ног. Сначала теннисист должен увидеть мяч, посланный соперником, и стартовать в нужном направлении. В стандартных условиях игры на "расшифровку" удара соперника и старт уходит 0,3 - 0,7 с. Далее во время движения особую роль играет константа стартового ускорения, численно равная удвоенной начальной скорости в единицу времени, и время достижения, максимальной скорости. Стартовое ускорение составляет 1-2 м/с<sup>2</sup>, а максимальная скорость - 4-5 м/с. Реальные затраты времени зависят как от сложившейся игровой ситуации, так и индивидуальных особенностей самого теннисиста (физических способностей, квалификации и т. п. ). В целом на работу ног может быть отпущено 0,5-1 с. Как видим, "удельный вес" реакции игрока вполне сопоставим со временем его движения к мячу. По данным А. П. Скородумовой при улучшении тренированности время сложной реакции

сокращается на 30-40%. Значит, свой игровой радиус теннисист может расширить не только изнуряющей "беготней". Обычно средняя скорость передвижения теннисиста к мячу имеет диапазон 1-3 м/с. Значение быстроты теннисиста можно установивает формула

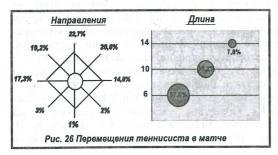
$$V_{T} = (S_{1} + S_{2} + S_{3} + S_{4})/(t_{1} + t_{2} + t_{3} + t_{4}), \quad (39)$$

где S<sub>i</sub> и t<sub>i</sub> – путь и время на каждом i-м этапе подготовки к удару. Сравнивая в игровом эпизоде отрезки быстроты перемещения и скорость мяча можно оценить реальные возможности. В частности, полученные в предыдущих главах формулы полета мяча дают возможность теннисисту время на подготовку удара у сетки 0,5-0,8 с. и у задней линии корта 1,5-2 с. Высокая свеча "подарит" 2,5-3 с. По числовому значению быстроты можно установить преодолеваемые расстояния в различных матчах. Например, тактика игры у задней линии корта ведет к длинным дистанциям и требует достаточно высоких траекторий. Такой выигрыш очка А.Коше называет "терпением".

#### Бег по ломаной

Ушедших снов воспоминания: "Мальчик, с которым пришел англичанин, оказался Микой Морозовым, ставшим впоследствии известным ученым-шекспироведом. А его гувернером был Л. И. Парбюри – игрок высокого международного класса в теннис и гольф, прочно осевший в Москве и бывший ее чемпионом в течение ряда лет. Парбюри был исключительно спортивно одаренным человеком. Например, никогда ранее не становясь на коньки, он в очень короткое время не только стал первоклассным хоккеистом, но и неплохим фигуристом. Вскоре Парбюри сменил свою деятельность в качестве гувернера на профессию дегустатора крупной чайной фирмы Высоцких."

Роль быстрых передвижений по корту неоспорима. Прямая – наименьшее расстояние между двумя точками на плоскости. Каждый игрок стремится использовать это обстоятельство. Поэтому, в целом, во время розыгрыша перемещения теннисиста напоминают бег по ломаной линии. Как быстры ноги у сильнейших игроков на корте? Проведенный А. П. Скородумовой "анализ записей на макетах площадки во время матчей ведущих теннисистов позволил выделить девять видов направлений передвижений: вперед, назад, направо, налево, вперед направо, вперед налево, назад направо, назад налево, передвижение по дуге". Вперед теннисисты передвигаются в 54,3% случаев, в стороны – 32,1%, назад – 13,5%. Преодолеваемые отрезки различны по своей длине: от 0,5 до 19 м (рис. 26). Чаще всего в среднем 57% всех перемещений

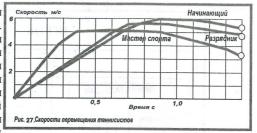


состаляют отрезки до 5-6 м. На долю от 6 до 10 м 35,2%, приходится на перемещения остальные большей дальности - 7,8%. Зарегистрированная на корте величина максимальная составила 19 м. Быстро набирать правильно И распределять скорость движения к мячу позволяет 11

26

#### И. Листратов. Пособие по тактике тенниса

тренированности рост И игрового мастерства. Показательным в этом отношении является полученный В.Н.Янчуком график (рис.27) изменения быстроты передвижения теннисиста высокой и низкой квалификации. Характерным является то, что даже при



одинаковом пути до мяча начальная скорость хороших игроков значительно выше, чем у начинающих, в то время как предельная и конечная – ниже. Если в момент удара по мячу скорость игрока направлена не в нужную сторону, возникает так называемая "невынужденная" ошибка. Хороший теннисист должен снизить скорость до необходимого минимума. В противном случае ответный удар будет плохо контролируемым. Опытный игрок, подходя к мячу, за счет рационального распределения скорости во времени добивается полностью скоординированного движения. Он не "проскочит" мяч в отличие от спортсмена низкой квалификации.

# Короли диктуют моду

Ушедших снов воспоминания: "Парбюри – одна из колоритных фигур дореволюционного тенниса. Он был вторым в России за Сумароковым. Очень скромный, дружелюбный, он был образцом подлинной, не показной, спортивной этики. Я был свидетелем того, как Парбюри, играя в Москве в финале какого-то крупного соревнования против чемпиона России Сумарокова, сильным ударом с лета у сетки завершил матч в свою пользу. Судья Белл объявил его победителем. Однако Парбюри подошел к судейской вышке и начал что-то объяснять судье. "Я отменяю свое решение, – сказал после этого судья. – Парбюри заявил мне, что при последнем ударе он коснулся сетки, а это означает проигрыш очка. Я этого не заметил". Матч, в конце концов выиграл Сумароков."

Советы "звезд" всегда приковывают внимание любителей тенниса. Образцы техники действующих чемпионов воодушевляют начинающих, но не могут служить эталоном. Стареющих "звезд" смоет следующая волна.. Их техника мало пригодна для каждого нового поколения игроков. Нет "привязки" для моделирования конкретных игровых ситуаций с учетом динамики движения мяча и физических возможностей теннисиста. Обобщая существующие описания "классической" техники, на рис.28 представлены ее компоненты. Различные сочетания дают более сотни технических приемов. В приведенную структуру можно всегда легко вписаться и поговорить о себе, "любимом", т.к. на вершине находится сам игрок. Безусловно, огромный опыт чемпионов разных поколений, помноженный на существующие возможности компьютерной графики принесет определенную пользу, но это предмет отдельного разговора. Ведь в основе любой тактики лежит техника. На мой взгляд, даже очень хорошая, она еще не делает игры. Нередко умные тактические ходы вынуждают чемпионов "сложить полномочия" или искать новые направления развития техники. Важно не забыть, что движения всегда связаны с временными затратами (тайминг), называемыми



# Мертвая зона. Часть 2. Свободное падение

фазами ударного действия:

1. Движение ракетки из исходного положения назад для замаха.

2. Ускоренное движение ракетки вперед навстречу мячу.

3. Взаимодействие ракетки с мячом.

4. Замедленное движение ракетки (инерция движения).

5. Возвращение в исходное состояние

С увеличением амплитуды движения возрастает общее время на ударное действие. Поэтому техника теннисиста должна иметь строго позиционный характер: от "экономной" у сетки с лета до "размашистой" у задней линии с отскока. В противном случае "нестыковка" динамических параметров движения ракетки и траектории мяча неизбежно ведет к так называемым "невынужденным" ошибкам. На корте лучше различать удары по "лимиту" времени как стандартные и нестандартные. Ситуация применения стандартной техники характеризуется достаточным на ударное действие количеством времени, стабильными направлением и ритмом, устойчивым положением игрока в начале и в конце движения. Это позволяет теннисисту в определенных пределах регулировать начальную скорость и вращение улетающего мяча путем выбора рационального и хорошо скоординированного движения. Нестандартная техника обычно возникает неосознанно при остром дефиците времени, чтобы добиться перелома в безвыходной, казалось бы, ситуации. В повседневных тренировках над нестандартной техникой очень редко работают целенаправленно.

#### Выводы к главе.

1. На корте быстрота теннисиста складывается из перемещений к мячу и тактического маневрирования.

2. Подход к мячу включает сложную реакцию выбора и само перемещение (бег). У квалифицированных теннисистов время реакции меньше, а стартовая скорость больше.

3. Техника теннисиста на корте должна быть увязана с занимаемой позицией по "лимиту" времени.

#### ГЛАВА 7.

# СЛОЖЕНЬЕ СКОРОСТЕЙ НЕ ТЕРПИТ СУЕТЫ

#### Живые фигуры

Ушедших снов воспоминания: "Асаф Мессерер был солистом балета Большого театра. Его словами я и закончу игровую характеристику Тепляковой: "Да, для балета – для классических танцев – ноги Нины были немного сухие. Но для тепниса, где полно неожиданных резких движений, ее жесткие ноги были в самый раз. Она блистательно играла. Я был на всех ее главных матчах. Некоторые тепнисисты делают очень хорошие удары, и другие отдельные движения у них хороши, а общей координации нет. А ей эту координацию дал балет. Знаете, доживешь до семидесяти, осмотришься – и нет вокруг никого из твоих сверстников. Живут-то они живут, но я имею в виду действующих. Таких, как Теплякова."

В первой части настоящего пособия "Тайна мушкетера" речь шла о двух взаимоисключающих тактических задачах. Как на одной половине корта найти доступные для отражения ударов позиции, а на другой – места, не доступные для ответных действий? Не имея четких критериев, многие игроки решают эту проблему интуитивно, испытывая собственными ногами на корте метод проб и ошибок. Найти действительно лучшее решение без привлечения средств элементарной математики невозможно. Была построена математическая модель выбора правильного направления перемещения и тактического маневриро-вания

теннисиста. Ввелены понятия: начальный и критический углы пласировки удара, игровой радиус, контактная линия. Это позволило сформулировать понятия "мертвая зона" и "живое пространство" игрока. Известным со школьной скамьи методом треугольполучено ников было строгое решение. Настало время присоединится к романтикам любимой обратить игры И "волшебный интеграл и жар холодных чисел" в виртуальный мир изображений, используя цифровое превосходство

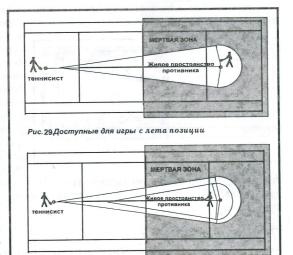
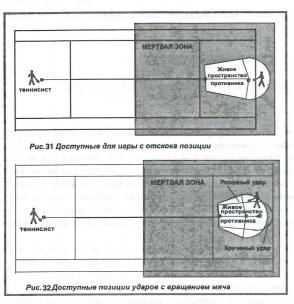


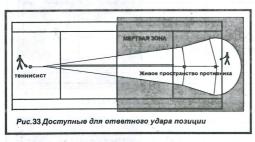
Рис. 30 Увеличение доступных позиций у быстрого теннисиста



#### Мертвая зона. Часть 2. Свободное падение

компьютера. Для игры с доступные лета позиции представлены рис.29. При на расположении B пределах критического угла теннисисту доступны не все позиции, а только на его стороне корта. Кроме того, на начальном участке траектории полета мяча требуется определенное время реакции, чтобы мозг успел передать новые приказания мускулам теннисиста. По словам А.Коше, это "мертвое время". Данное обстоятельство при сближении теннисисты используют

некоторые игроки, направляя мяч в тело противника. Удары "свечой" также могут быть не доступны играющим с лета. Если теннисист обладает быстротой реакции и перемещения, то площадь его "живого пространства" увеличивается. И наоборот. Медлительность уменьшит защищяемое пространство (**рис.30**). Живое пространство для игры с отскока представлено на **рис.31**. Как видим, площадь доступных позиций для нанесения ответного удара увеличилась, т.к. в результате



контакта с кортом произошло падение скорости движения мяча, в то время как быстрота теннисиста возросла. Подрезанные имеют мячи меньшую скорость, чем крученые удары. Значит, они увеличивают размеры игрового пространства противника (рис.32). Интегрируя по всей линии удара значения

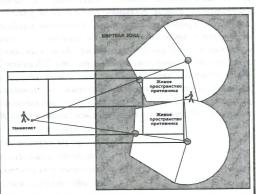
скоростей, получим полную картину (рис.33) доступных позиций теннисиста, располагаясь на которых он может успеть вовремя направить мяч на сторону противника.

#### Позиция противника

Ушедших снов воспоминания: "Теплякова попятилась за мячом и вдруг оказалась на земле. Она не сразу поняла, что случилось. Первое ощущение, что кто-то дал ей палкой по ноге – вот она и села. Нина сидела, улыбаясь, а все смеялись и говорили: "Вставай". По-прежнему улыбаясь, она пыталась встать и не могла. А вокруг уже никто не смеялся. Увидев свое раздувшееся колено, она накопец поняла, что это мениск. Так заканчивается история нашей великой теннисной чемпионки Нины Тепляковой. Три ее постоянные соперницы в тот день упесли ее с корта."

Завершая "разбор полетов" мяча в ситуации 2, оставим за противником право выбора ждать мяч у задней линии или пойти к сетке. В первом случае при направлении косых ударов у него есть "живое пространство" (рис.34), образуемое пересечением доступных после отскока позиций каждого направле-

если атаковать ния. Но мошными "кроссами", то их перекрыть невозможно (рис.35). В случае выхода противника вперед к сетке преимущество косых ударов в ситуации рассмотренной становится очевидным Было бы (рис.36). неправильным считать, что данное решение носит универсальный характер. Переместите точку удара немного вверх или чуть-чуть поменяйте в сторону И позицию игроков. Теперь вместе с гениальным А.Коше воскликнуть: "B можно теннисе нет твердых правил: гибкость в тактике так же необходима, как и в технике". Не случайно схемы "теории углов" А. Коше не нашли широкую дорогу в жизнь. В них не было хорошей математической модели движения мяча и игроков. Если хоть раз попробовать очертить "мертвую зону" противника и свое "живое пространство", то не захочется продолжать испытывать на себе мотод проб и ошибок. Общие рассуждения "на пальцах" о преимуществе одних ударов малоперед другими эффективны, пока они не реальной "привязаны" к ситуации на корте. Уверен, чем точнее расчет и выше





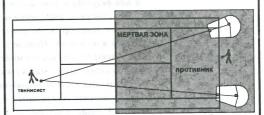
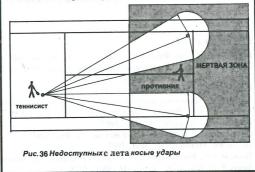


Рис.35 Недоступные кроссы после отскока мяча



мастерство, тем реже придется гадать, как защититься от ударов противника и куда лучше послать веселый и звонкий мяч.

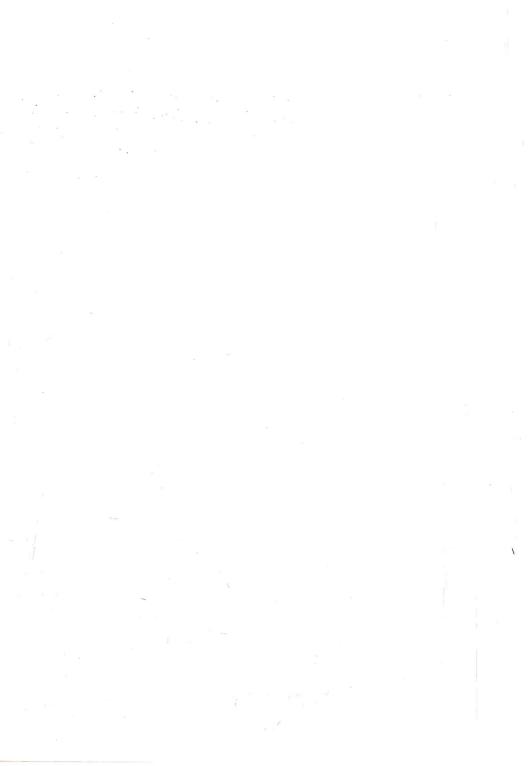
#### Вместо заключения – продолжение сна

Основное противоречие свободы лежит между широтой выбора и замкнутостью пространства временем. Как успеть принять правильное решение? Куда и зачем мчаться? "Успеть" и "успех" однокоренные понятия, но порой даже настоящий игрок просто бессилен на огромном, хотя и исчерпывающем пространстве выбора, ведь его время мимолетно, конечно, дискретно и лимитировано. На Девичьем поле – территория между Большой Пироговской улицей и Плющихой – уже нет былого теннисного раздолья. Давно снесен старый клубный павильон, в раздевалке которого облачался в костюм для игры в теннис Лев Николаевич Толстой, из двенадцати прежних кортов уцелели немногие. Да и Александрова уже не обучает здесь каждое лето теннису новичков, храня верность "Девичке". В тридцатые годы мудрый Анри Коше заметил, что "в отношении новых ударов нам, пожалуй, скоро будет печему учиться. В отношении же положения на площадке, я убежден, что нам ещё много остается сделать". Так обратимся к заключительной части пособия по тактике тенниса "Мертвая зона", продолжая сладкий сон Владимира Набокова 1927 года.

> "Она лениво – значит, скверно – играла; не летала серной. как легконогая Ленглен. Как в первый раз она метнулась в моих объятьях, - ужаснулась, мие в плечи руки уперев, и как безумно и уныло глаза глядели! Это было не удивленье и не гнев, не девичий испуг условный. Но я не понял. Помню ровный, остриженный по моде сад, шесть белых мячиков и ряд больших кустов рододендрона: я помню, пламенный игрок, площадку твердого газона в чертах и с сеткой поперек".

#### Истоки снов

Балашов М.М. и др. Физика. Механика. Учебное пособие для школ.-М.:Просвещение, 1995. Голенко В.А.Теңнис. Внутренние механизмы (Часть вторая).-М.: "Магистр", 1999. Зерчанинов Ю.Л.Иди на корт.-М.: ФиС, 1977. Коше А.Теннис. – М.:Моно-Центр, 1990. Нагаев Р.Ф. Механические процессы с повторными затухающими соударениями.-М.: Наука, 1979. Листратов И.А. Журнал "Матчбол-Теннис". Вып.2 и 3-М.:АСТ-Пресс, 1999. Правдин А.В. Теннис'67.-М.:ФиС, 1967. Скородумова А. П. Современный теннис.-М.:ФиС, 1995. Теннис'89: Альманах.-М.:, ФиС, 1995. Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Рассказы о прикладной математике.-М.:Наука, 1979. Янчук В. Н. Теннис'76. –Вып.2.-М.: ФиС, 1976.





"Постепенно все стали считаться с существованием классического стиля, в котором разные виды ударов соответствуют определенным правилам. Это ничего не значит. Для каждого игрока существует свой стиль игры, и он является для него нормальным. Кто от него отдаляется, стремится к так называемому классическому, совершает ошибку. В спорте важно не преклоняться перед определенными правилами, а достичь максимальных результатов. Лучше выиграть матч, преступив принципы игры, чем проиграть ради "стиля". А. Коше

-51728



Друг моего друга - мой друг. Посвящается 40-летнему юбилею Андрея Анисенко и 10-летнему юбилею радио "Европа Плюс".

2010029366



www.europaplus.ru

The Palace Hotel <sub>Torguay</sub>

www.palacetorquay.co.uk info@palacetorquay.co.uk